IV Powiatowy Konkurs „Matematyka, Fizyka i Informatyka w Technice”
Etap finałowy – 1 kwietnia 2016

……………………………………..
(imię i nazwisko uczestnika)

……………………………………..
(nazwa szkoły)

Arkusz zawiera 8 zadań. Zadania 1 i 2 będą oceniane dla każdego uczestnika, natomiast spośród zadań 3-8 uczestnik wskazuje 2 zadania, które mają być oceniane. Decyzję zaznacza uczestnik w poniższej tabeli znakiem X.

Numer zadania	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
Czy oceniać?	X	X						
Liczba uzyskanych punktów								

Każde zadanie jest umieszczone na osobnej kartce. Rozwiązania poszczególnych zadań należy umieścić na kartce z treścią zadania.

Czas na rozwiązanie zadań – 90 minut

Zadanie 1. (10 punktów)

Def.: **Silnia** liczby naturalnej *n*, to iloczyn wszystkich liczb naturalnych nie większych niż *n*.
Funkcję silnia definiuje się następująco:

$$n! = \begin{cases} 1 & dla\ n = 0 \\ 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots (n-1) \cdot n = \prod_{i=1}^{n} i, & dla\ n \geq 1 \end{cases},$$

gdzie $n \in N$.

<u>Polecenie:</u>

A. Przedstaw na schemacie blokowym algorytm iteracyjnego obliczania n!

B. Obliczanie silni jest przykładem rekurencyjnego obliczania, zwanego też obliczaniem rekursywnym.

- Na czym będzie polegała ta rekursja?
- Zapisz definicję rekurencyjną funkcji silnia - przedstaw odpowiedni zapis matematyczny tej funkcji.
- Przedstaw na schemacie blokowym algorytm rekurencyjnego obliczania n!

Zadanie 2 (10 punktów)

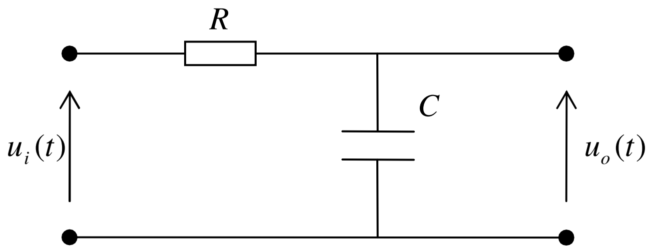
Wyznacz pojemność kondensatora wiedząc, że został podłączony do transformatora dzwonkowego zasilanego z gniazdka domowego o standardowym napięciu i przekładni zwojowej = 28,75. Prąd płynący przez kondensator został pomierzony amperomierzem. Wskazówka amperomierza wskazała 30 działek, skala amperomierza wynosiła 75 działek a jego zakres został ustawiony na 15 mA.

Zadanie 3 (5 punktów)

Obliczyć minimalną oraz maksymalną wartość energii niezbędnej do uwolnienia fotonu w wyniku rekombinacji promienistej, emitującego promieniowanie w zakresie widzialnym (tj. od 410 do 720 nm). W obliczeniach przyjąć wartość stałej Plancka $h = 4{,}14 \cdot 10^{-15}$ eV·s.

Zadanie 4 (10 punktów)

W układzie jak na rysunku



R = 1 kΩ,
C = 1μF,

$u_i(t) = 10\cos(\omega_1 t + 30^o) + 20\cos(\omega_2 t)$, $\omega_1 = 1000 \frac{rd}{s}$, $\omega_2 = 2000 \frac{rd}{s}$

Znaleźć napięcie $u_o(t) = A_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + A_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2)$, w stanie ustalonym.

Zadanie 5 (10 punktów)

Notacja uzupełnieniowa do dwóch jest obecnie najpopularniejszym systemem reprezentacji licz całkowitych. Do reprezentacji każdej wartości w tym systemie wykorzystuje się tę samą, ustaloną liczbę bitów. Zakładając, że komputer przechowuje wartości w notacji uzupełnieniowej do dwóch, jaką największą i najmniejszą wartość można zapamiętać przy użyciu ciągów o następujących długościach:

A. Cztery
B. Sześć
C. Osiem

Zadanie 6 (10 punktów)

Podane są trzy implikacje:
Jeżeli pracuję, to zarabiam pieniądze.
Jeżeli nie pracuję, to jestem szczęśliwy.
Jeżeli nie zarabiam pieniędzy, to jestem szczęśliwy.

W zapisie, zgodnie z zasadami rachunku zdań, przyjęto następujące oznaczenia:
p – pracuję; z – zarabiam pieniądze; s – jestem szczęśliwy;

Metodą zero-jedynkową sprawdzić prawdziwość poniższego wyrażenia

$$[(p \Rightarrow z) \wedge (\overline{p} \Rightarrow s)] \Rightarrow (\overline{z} \Rightarrow s)$$

Wyrażenie to oznacza, że
Jeżeli (jeżeli pracuję, to zarabiam pieniądze i jeżeli nie pracuję, to jestem szczęśliwy), to (jeżeli nie zarabiam pieniędzy, to jestem szczęśliwy).

Zadanie 7 (5punktów)

Na ile sposobów można rozmieścić 8 osób przy okrągłym stole. Dwa **rozmieszczenia, w których każdy ma tych samych sąsiadów, uważamy za jednakowe.**

Zadanie 8 (5punktów)

Narciarz obliczył, że jeśli będzie poruszał się z prędkością 10 km/h, to przybędzie do celu godzinę po południu, a jeśli 15 km/h godzinę przed południem. Z jaką prędkością powinien biec, by przybyć dokładnie w południe.